3. UČENIK UME DA SABIRA I ODUZIMA POLINOME, UME DA POMNOŽI DVA BINOMA I DA KVADRIRA BINOM

U prethodnim fajlovima iz osnovnog nivoa smo već govorili o monomu, binomu, trinomu.....

Da vidimo sada kako uopšteno izgledaju polinomi.

Oblika su:

$$P(x) = a_n x^n + a_{n+1} x^{n+1} + ... + a_1 x + a_0$$

Ovaj oblik se dobija "sredjivanjem" polinoma (sabiranjem, oduzimanje...) i naziva se kanonički, *x*-je

promenljiva $a_n, a_{n+1}, ..., a_0$ su koeficijenti (konstante), n je prirodan broj ili nula.

Ako je $a_n \neq 0$, onda kažemo da je polinom P stepena n, pa je a_n "najstariji'' koeficijent.

Primer 1. $P(x) = 4x^3 + 6x^2 - 2x + 7$

- ovaj polinom je stepena 3 a najstariji koeficijenat je 4. (slobodan član je 7)

Primer 2. $Q(x) = -12x^5 + 2x^4 - 6x^2 - 5x + 3$

- ovaj polinom je stepena 5 a najstariji koeficijent je -12 (slobodan član je 3)

Sabiranje i oduzimanje polinoma

Primer 3. Izračunati : *P(x)+Q(x)* i *P(x)-Q(x)* ako su dati polinomi:

$$P(x) = 3x^3 - 4x^2 + 6x - 7$$
$$Q(x) = 4x^3 - 2x^2 + 12x + 3$$

$$P(x) + Q(x) = (3x^3 - 4x^2 + 6x - 7) + (4x^3 - 2x^2 + 12x + 3)$$
$$= \underline{3x^3} - \underline{\underline{4x^2}} + \underline{\underline{\underline{6x}}} - 7 + \underline{4x^3} - \underline{\underline{2x^2}} + \underline{\underline{\underline{12x}}} + 3$$

Krenemo sa sabiranjem sa najvećim stepenom pa dok ne dodjemo do "slobodnih članova''

Sa jednom crtom su podvučeni članovi sa najvećim stepenom: $\underline{3x^3} + \underline{4x^3} = 7x^3$

Sa dve crte su podvučeni slični monomi drugog stepena: $-\underline{\underline{4x^2}} - \underline{\underline{2x^2}} = -6x^2$

Sa tri crtke su podvučeni slični monomi prvog stepena : $+\underline{\underline{\underline{6x}}} + \underline{\underline{\underline{12x}}} = 18x$

Ostali su nam nepodvučeni slobodni članovi: -7 + 3 = - 4

Vratimo se na zadatak:

$$= 7x^3 - 6x^2 + 18x - 4$$

$P(x)-Q(x)=(3x^3-4x^2+6x-7)-(4x^3-2x^2+12x+3)$

Pazi:Kod oduzimanja polinoma obavezno mora zagrade jer minus ispred zagrade menja znak <u>svim</u>

članovima u zagradi kad se oslobadjamo od nje.

$$=3x^3-4x^2+6x-7-4x^3+2x^2-12x-3$$

Podvučemo slične monome

$$=-x^3-2x^2-6x-10$$

Savet je da podvlačite slične monome kako se ne desi greška u sabiranju (oduzimanju) i da obavezno

stavljate zagrade kod oduzimanja!

Primer 4.

Nadji zbir i razliku polinoma i $P(x)=x^6-x^5+x^4-x$ i $Q(x)=x^4-x^3+x+2$

Rešenje:

$$\begin{aligned} P+Q&=(x^6-x^5+x^4-x)+(x^4-x^3+x+2)\\ &=x^6-x^5\underline{+x^4}\underline{\underline{-x}}+\underline{x^4}-x^3\underline{\underline{+x}}+2\\ &=x^6-x^5+2x^4-x^3+2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P-Q&=(x^6-x^5+x^4-x)-(x^4-x^3+x+2)\\ &=x^6-x^5\underline{+x^4}\underline{\underline{-x}}\underline{-x^4}+x^3\underline{\underline{-x}}-2\\ &=x^6-x^5+x^3+2x-2 \end{aligned}$$

Primer 5.

Odredi polinom P ako važi $(7x^2-2x+3)+P=3x^2+11x-7$

Rešenje:

$$(7x^2-2x+3)+P=3x^2+11x-7$$

Ovde polinom P posmatramo kao nepoznati sabirak. Dakle, od zbira oduzmemo poznati sabirak:

$$P=\left(3x^2+11x-7\right)-\left(7x^2-2x+3\right)$$

$$P=\underline{3x^2}+\underline{\underline{11x}}-7-\underline{7x^2}+\underline{\underline{2x}}-3$$

$$\boxed{P=-4x^2+13x-10}$$

Primer 6. Dati su polinomi $\begin{array}{l} P(x) = 2x - 3 \\ Q(x) = x^2 + 4x - 7 \end{array}$ **, odredi njihov proizvod.**

Rešenje:

$$P(x) \cdot Q(x) = (2x - 3) \cdot (x^2 + 4x - 7)$$

Kako množiti ?

Množi se "svaki sa svakim''.

Najbolje je da prvo odredimo znak : $(+ \cdot + = +,\ - \cdot - = +,\ + \cdot - = -,\ - \cdot + = -)$,

onda pomnožimo brojke i na kraju nepoznate.

Naravno da je $x \cdot x = x^2$, $x^2 \cdot x = x^3$, $x^2 \cdot x^2 = x^4$, itd. (ovde koristimo pravila iz stepenovanja: $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$

Vratimo se na zadatak:

$$(2x - 3) \cdot (x^2 + 4x - 7) =$$

$2x^3 + 8x^2 - 14x - 3x^2 - 12x + 21 =$ uočimo slične monome...

$= 2x^3 + 5x^2 - 26x + 21$

Primer 7.

Nadji proizvod datih polinoma:

$$A(x) = -x^2 + 4x - 7$$
$$B(x) = 2x^2 + 5x + 1$$

Rešenje:

$$\begin{aligned} A(x) \cdot B(x) &= (-x^2 + 4x - 7) \cdot (2x^2 + 5x + 1) \\ &= -2x^4 - 5x^3 - x^2 + 8x^3 + 20x^2 + 4x - 14x^2 - 35x - 7 \\ &= -2x^4 + 3x^3 + 5x^2 - 31x - 7 \end{aligned}$$

Da se sada podsetimo formulica za kvadrat binoma:

$(I+II)^2 = I^2 + 2\cdot I\cdot II + II^2$ Kvadrat binoma (kvadrat zbira)

$(I-II)^2 = I^2 - 2\cdot I\cdot II + II^2$ Kvadrat binoma (kvadrat razlike)

Primer 8. Kvadrirati sledeće binome:

a) $(x-5)^2$
b) $(8+y)^2$
c) $(a+2b)^2$
d) $(a-3b)^2$
e) $(2x-5y)^2$
f) $(0,5-0,1a)^2$
g) $(0,2a+2b)^2$

Rešenja:

a)
$(\underbrace{\boxed{x}}_{I}-\underbrace{\boxed{5}}_{II})^2 =$
$x^2 - 2\cdot x\cdot 5 + 5^2 =$ Po formuli $(I-II)^2 = I^2 - 2\cdot I\cdot II + II^2$
$\boxed{x^2 - 10x + 25}$

b)
$(8+y)^2 =$
$8^2 + 2\cdot 8\cdot y + y^2 =$ Po formuli $(I+II)^2 = I^2 + 2\cdot I\cdot II + II^2$
$\boxed{64 + 16y + y^2}$

c)
$(\underbrace{\boxed{a}}_{I}+\underbrace{\boxed{2b}}_{II})^2 =$
$a^2 + 2\cdot a\cdot 2b + (2b)^2 =$ Pazi ovde, mora zagradica kod (2b)
$\boxed{a^2 + 4ab + 4b^2}$

d)

$(a-3b)^2 =$
$a^2 - 2\cdot a\cdot 3b + (3b)^2 =$
$\boxed{a^2 - 6ab + 9b^2}$

e)

$(\underbrace{\boxed{2x}}_{I}-\underbrace{\boxed{5y}}_{II})^2=$

$(2x)^2-2\cdot 2x\cdot 5y+(5y)^2=$ Pazi, sad mora zagradica i kod (2x) i kod (5y)

$\boxed{4x^2-20xy+25y^2}$

f)

$(0,5-0,1a)^2=$

$(0,5)^2-2\cdot 0,5\cdot 0,1a+(0,1a)^2=$

$\boxed{0,25-0,1a+0,01a^2}$

g)

$(0,2a+2b)^2=$

$(0,2a)^2+2\cdot 0,2a\cdot 2b+(2b)^2=$

$\boxed{0,04a^2+0,8ab+4b^2}$

www.matematiranje.in.rs